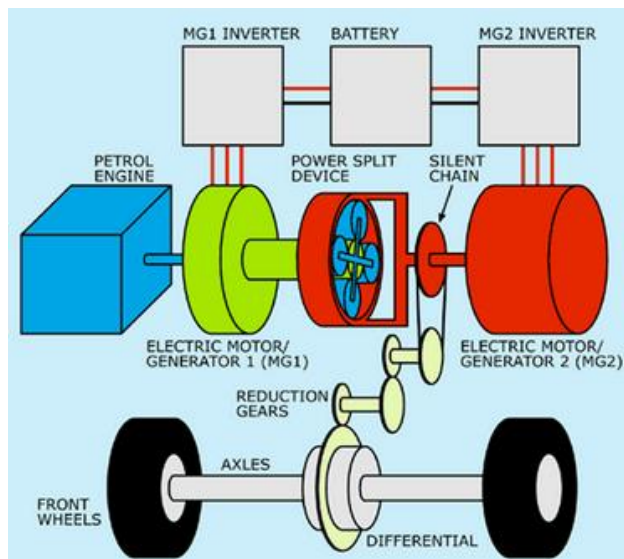


# C16 – Trains épicycloïdaux

1. DÉFINITIONS ET DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES .....	1
2. RELATION DE WILLIS (ÉTAPE 1) .....	3
3. APPLICATIONS-UTILISATIONS (ÉTAPE 2) .....	5

Les dispositifs à trains épicycloïdaux ou trains planétaires combinent de nombreux avantages et sont utilisés dans tous les domaines industriels :

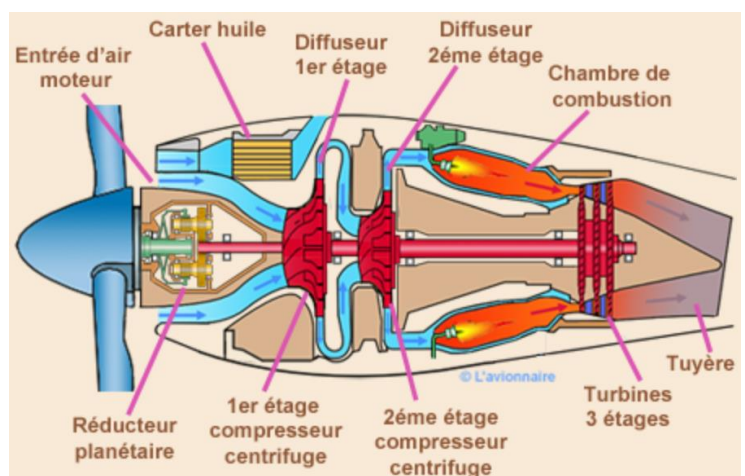
## Utilisation en sommateur et/ou répartiteur de puissance (véhicule hybride)



Grâce à l'existence de **3 axes principaux coaxiaux**

(Application 3.4)

## Utilisation en réducteur (réducteur entre la turbine et l'hélice)



**Grande compacité** pour une réduction importante et axes coaxiaux

(Application 3.1)

## 1. DÉFINITIONS ET DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES

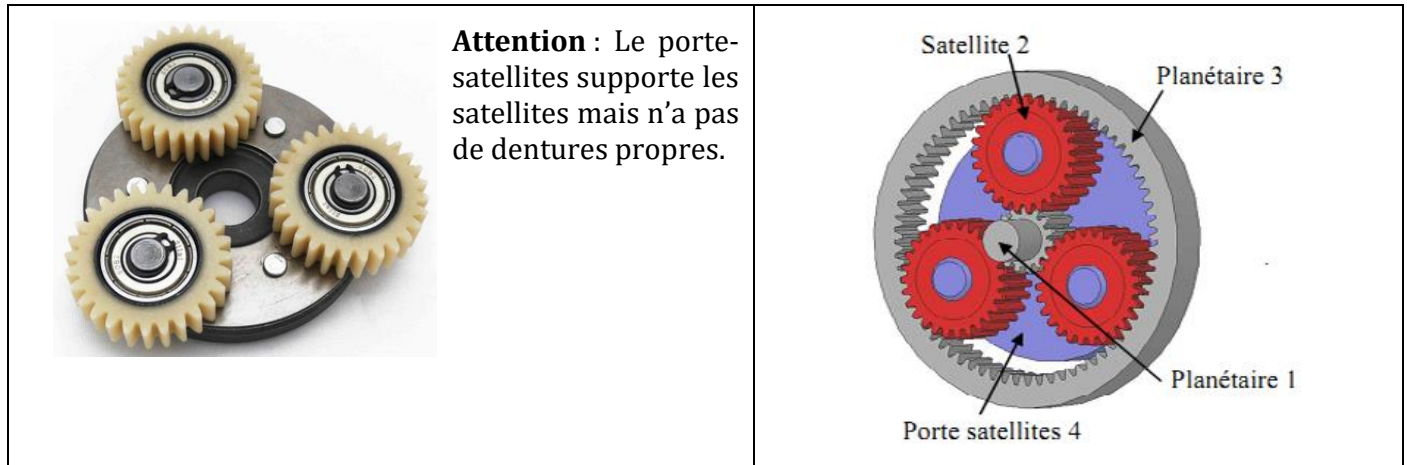
### 1.1. Définition



Un train épicycloïdal est composé d'organes rotatifs dont au moins un élément, appelé satellite, est susceptible de prendre deux mouvements de rotation indépendants : une rotation autour de son axe propre et une rotation par rapport à l'axe général du système.

### 1.2. Vocabulaire : planétaire, satellites et porte satellite

Le train épicycloïdal est constitué de **3 éléments principaux** (planétaires et/ou couronnes 1 et 3, porte-satellite 4) en lien avec l'extérieur qui permettent d'échanger la puissance mécanique **et de satellites (2)**. Les satellites sont montés sur le porte-satellites. Les planétaires sont les deux éléments dentés en contact avec les dents des satellites.



**Attention :** Le porte-satellites supporte les satellites mais n'a pas de dentures propres.



L'utilisation de plusieurs satellites ne change rien à la cinématique du train épicycloïdal. Ils sont ajoutés pour supprimer les efforts radiaux sur les arbres et réduire les efforts sur les dentures.

### 1.3. Dispositions constructives

Un train épicycloïdal est dit **plan** si tous les axes sont parallèles. La grande majorité sont plans (roue de camion, treuil, motoréducteur, ...). Il existe 4 configurations de train épicycloïdal plan.

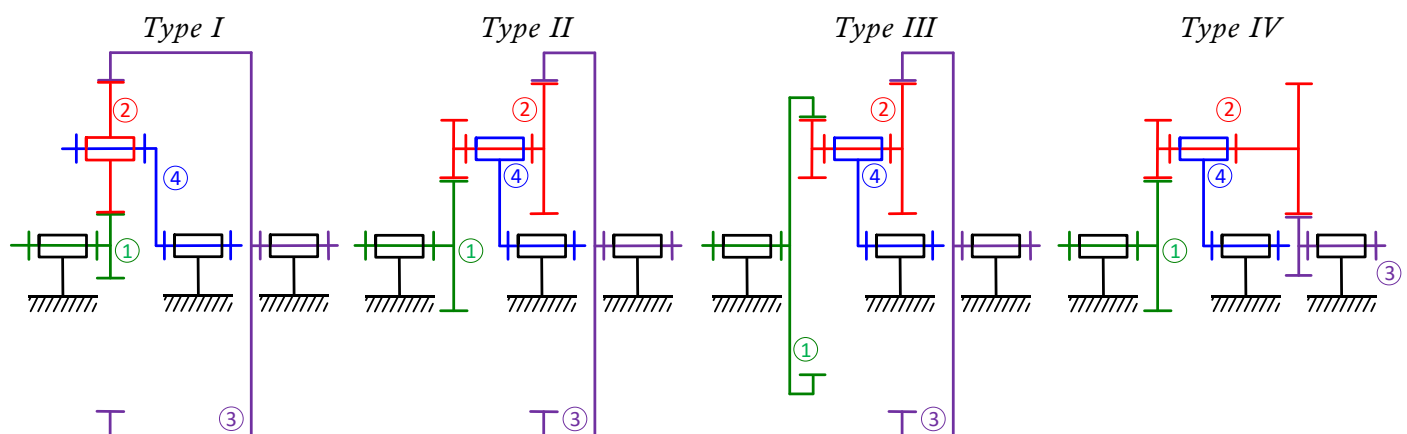


Pour les trains épicycloïdaux plans, les planétaires ou le porte-satellite peuvent être l'arbre d'entrée ou de sortie mais généralement pour la majorité des cas, un des deux planétaires est l'entrée alors que l'autre est fixe et le porte satellite est la sortie.



Par rapport aux trains d'engrenages simples, les trains épicycloïdaux plans ont l'arbre de sortie et d'entrée alignés et des rapports de réduction élevés. La mise en série de plusieurs trains épicycloïdaux permet d'obtenir de grands rapports de réduction avec un encombrement relativement faible. Ils sont par contre plus chers et plus difficiles à réaliser.

Les 4 configurations de trains épicycloïdaux plans sont :



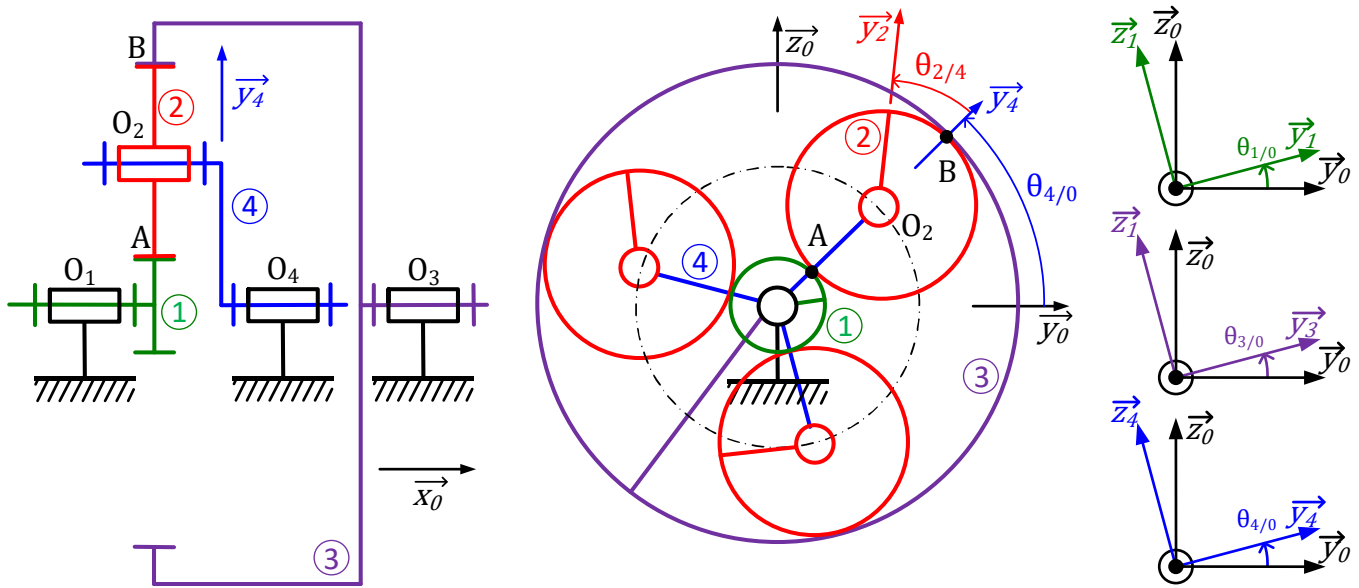
Un train épicycloïdal est dit **sphérique** si tous les axes sont concourants, on y retrouve donc des engrenages coniques (différentiel de voiture, ...). Ce type de train particulier est abordé en partie 3.4.

### 1.4. Détermination de la relation d'entrée-sortie entre les vitesses des éléments principaux

C'est une démarche en deux étapes :

- **Etape 1 :** détermination complète de la **relation générale et de la raison de base  $\lambda$**  (relation de Willis) entre les vitesses des 3 éléments principaux  $\omega_{1/0}$ ,  $\omega_{3/0}$  et  $\omega_{4/0}$  selon le type de train.
- **Etape 2 :** détermination de la **loi d'entrée-sortie selon l'utilisation** effective du train épicycloïdal.

## 2. RELATION DE WILLIS (ÉTAPE 1)



La **relation de Willis** correspond à la relation entre les vitesses de rotation des trois composants principaux par rapport au référentiel du bâti. Pour déterminer cette relation, on peut écrire les conditions de roulement sans glissement aux points de contact A et B ou utiliser les relations des trains simples.

### 2.1. Obtention de Willis par la cinématique à partir du RSG

Pour trouver la formule de Willis, les conditions de RSG sont écrites en A et B pour un train épicycloïdal de type 1. La condition de non glissement au point de contact A s'écrit :

$$\overrightarrow{V(A \in 2/1)} = \vec{0} \quad \text{Nature du mouvement de 2/1 : mouvement complexe} \\ \Rightarrow \text{on décompose en mouvements simples}$$

$$2/1 = 2/4 - 1/4$$

$$\overrightarrow{V(A \in 2/1)} = \overrightarrow{V(A \in 2/4)} - \overrightarrow{V(A \in 1/4)}$$

Nature du mouvement de 2/4 ?  
Rotation autour de l'axe  $(O_2, \vec{x}_0)$

$$\overrightarrow{V(A \in 2/4)} = \overrightarrow{V(O_2 \in 2/4)} + \overrightarrow{AO_2} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/4)} \\ = \vec{0}$$

$$\text{Or : } \overrightarrow{AO_2} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/4)} = R_2 \cdot \vec{y}_4 \wedge \dot{\theta}_{2/4} \cdot \vec{x}_0 \\ \Rightarrow \overrightarrow{V(A \in 2/4)} = -R_2 \cdot \dot{\theta}_{2/4} \cdot \vec{z}_4$$

Nature du mouvement de 1/4 ?  
Rotation autour de l'axe  $(O_1, \vec{x}_0)$

$$\overrightarrow{V(A \in 1/4)} = \overrightarrow{V(O_1 \in 1/4)} + \overrightarrow{AO_1} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/4)} \\ = \vec{0}$$

$$\text{Or : } \overrightarrow{AO_1} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/4)} = -R_1 \cdot \vec{y}_4 \wedge \dot{\theta}_{1/4} \cdot \vec{x}_0 \\ \Rightarrow \overrightarrow{V(A \in 1/4)} = R_1 \cdot \dot{\theta}_{1/4} \cdot \vec{z}_4$$

$$\overrightarrow{V(A \in 2/1)} = \vec{0} = \overrightarrow{V(A \in 2/4)} - \overrightarrow{V(A \in 1/4)} = -R_2 \cdot \dot{\theta}_{2/4} \cdot \vec{z}_4 - R_1 \cdot \dot{\theta}_{1/4} \cdot \vec{z}_4$$

$$\Rightarrow \boxed{R_2 \cdot \dot{\theta}_{2/4} + R_1 \cdot \dot{\theta}_{1/4} = 0}$$

On effectue la même démarche au point de contact B ce qui permet d'écrire :

$$\Rightarrow \boxed{R_3 \cdot \dot{\theta}_{3/4} - R_2 \cdot \dot{\theta}_{2/4} = 0}$$

En combinant les deux relations scalaires précédentes, on a :

$$\frac{\dot{\theta}_{3/4}}{\dot{\theta}_{1/4}} = -\frac{R_2 R_1}{R_2 R_3}$$

Puis en écrivant la composition de mouvement sur les vecteurs vitesse instantanée de rotation, on obtient la formule de Willis :

$$\frac{\dot{\theta}_{3/0} - \dot{\theta}_{4/0}}{\dot{\theta}_{1/0} - \dot{\theta}_{4/0}} = -\frac{R_1}{R_3} = -\frac{Z_1}{Z_3} \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3} = \lambda_I}$$

**Remarque :**  $\lambda_I$  est la raison de base (ou raison basique) du train épicycloïdal. Attention ce n'est pas le rapport de réduction.



Attention cette relation n'est valable que pour le train épicycloïdal de type I !!!



Les conditions cinématiques permettent également de déterminer la vitesse instantanée de rotation des satellites ( $\dot{\theta}_{24}$ ) utile pour le dimensionnement du guidage en rotation.

## 2.2. Obtention de Willis à partir de la transmission du mouvement entre les deux planétaires (beaucoup plus simple)

On remarque que si l'on observe le mouvement dans le référentiel du porte-satellites 4, chaque roue tourne autour d'axes fixes par rapport à ce référentiel. On peut donc écrire la loi entrée-sortie d'un train d'engrenage simple (produit de rapports de nombre de dents) dans ce référentiel en prenant les planétaires 1 et 3 comme entrée et sortie. Pour le train de type I vu précédemment, on trouve directement (on note dorénavant  $\dot{\theta} = \omega$ ) :

$$\frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}} = (-1)^1 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_2 \cdot Z_3} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$

Puis en écrivant la composition de mouvement sur les vecteurs vitesse instantanée de rotation on retrouve la formule de Willis :

$$\lambda_I = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$



Vous utiliserez la relation de Willis directement (on ne redémontre pas la formule de Willis sauf si c'est explicitement demandé) :

$$\boxed{\frac{\omega_{P_1/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{P_2/0} - \omega_{PS/0}} = (-1)^n \cdot \frac{Z_{P_2} \cdot Z_S}{Z_{S'} \cdot Z_{P_1}}}$$

Avec  $n$  le nombre de contacts extérieurs

**Généralisation** : Déterminer la formule de Willis dans le cas des trains de type II, III et IV.

Train de type II	Train de type III	Train de type IV
$\frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}} = (-1)^1 \frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_3}$	$\frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}} = (-1)^0 \frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_3}$	$\frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}} = (-1)^2 \frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_3}$
$\lambda_{II} = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = - \frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_3}$	$\lambda_{III} = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = \frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_3}$	$\lambda_{IV} = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = \frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_{2a} \cdot Z_3}$

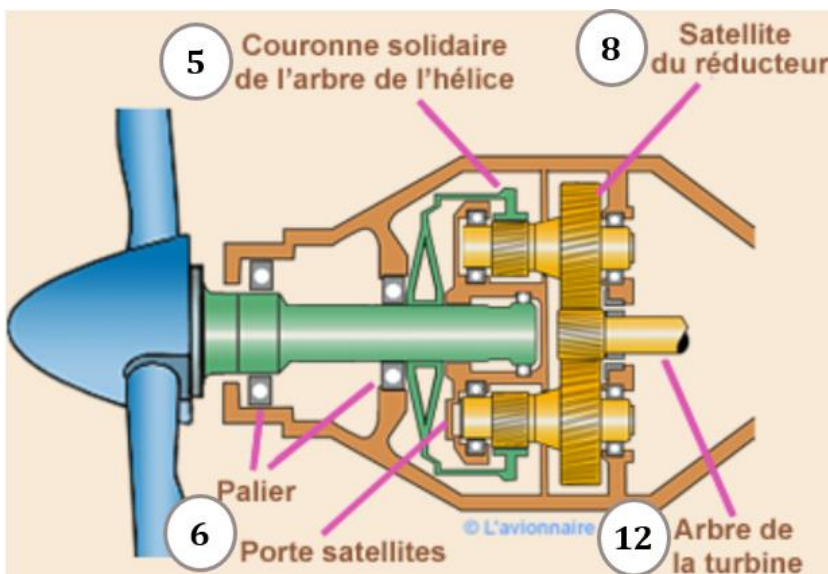


Pour utiliser un train épicycloïdal plan en réducteur, il faut imposer nulle la vitesse de rotation, de **l'un des trois axes**, par rapport au bâti ( $\theta_{10}$ ,  $\theta_{30}$ , ou  $\theta_{40}$ ). Le choix dépend de l'utilisation souhaitée.

**Attention** : Il faut savoir identifier les 4 composants du train épicycloïdal car la numérotation de ceux-ci n'est généralement pas celle du cours (voir application 3.1).

### 3. APPLICATIONS-UTILISATIONS (ÉTAPE 2)

#### 3.1. Réducteur de vitesse (entre la turbine et l'hélice)



**Etape 1** : Identification du type de train et relation de Willis (le sens de l'écriture de la relation de Willis n'a pas d'importance).

**Etape 2** : Utilisation

L'entrée est le planétaire, la sortie est la couronne et le porte-satellites est fixe.

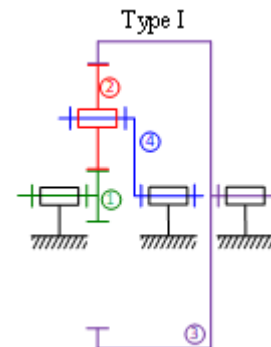
Par ailleurs, on a  $Z_{12} = 25$  dents,  $Z_5 = 117$  dents,  $Z_{8a} = 60$  dents et  $Z_{8b} = 30$  dents.

	Nom du composant	Calcul du rapport de réduction
5		
6		
8		
12		

### 3.2. Boîte de vitesses

Le train épicycloïdal est une solution technique souvent utilisée dans les boîtes de vitesses. Il permet de transmettre plus de couple dans un encombrement moindre contrairement aux engrenages à axes parallèles. Il a aussi l'avantage de pouvoir changer le rapport de réduction en intervertissant l'élément bloqué, l'élément de sortie et celui d'entrée grâce à des freins et des embrayages (choix entre l'un des planétaires et le porte satellites).

Pour comprendre avec un exemple, revenons au train de type I avec les trois cas de blocage :



L'étape 1 donne  $\lambda_I = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$

#### Etape 2 : Utilisations

Planétaire 1 freiné :  $\omega_{1/0} = 0$

Porte-satellites 4 embrayé à la sortie

Planétaire 3 embrayé à l'entrée

Ainsi :  $\omega_{3/0} = \omega_{4/0} \left(1 + \frac{Z_1}{Z_3}\right)$

D'où :  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{3/0}} = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3}$

Rapport de 2<sup>nd</sup>

Planétaire 3 freiné :  $\omega_{3/0} = 0$

Porte-satellites 4 embrayé à la sortie

Planétaire 1 embrayé à l'entrée

Ainsi :  $\omega_{1/0} \frac{Z_1}{Z_3} = \omega_{4/0} \left(1 + \frac{Z_1}{Z_3}\right)$

D'où :  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}$

Rapport de 1<sup>ère</sup>

Porte-satellite 4 freiné :  $\omega_{4/0} = 0$

Planétaire 3 embrayé à la sortie

Planétaire 1 embrayé à l'entrée

$\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$

Rapport de M Ar

Ainsi, le pilotage d'un train épicycloïdal donne trois rapports de réduction différents. En combinant plusieurs trains épicycloïdaux, il est possible d'obtenir l'étagement de vitesse souhaité.

Cette solution technique est aussi utilisée pour les moyeux à vitesses intégrées remplaçant les dérailleurs.

### 3.3. Moyen shimano

Attentive aux usages multiples du vélo, la société Shimano développe depuis plusieurs années déjà le composant Nexus (Figure 1), destiné à un usage citoyen. Cette gamme d'équipement s'inscrit dans cette continuité d'évolution du système de changement de vitesses pour répondre à une clientèle plus préoccupée par le confort d'utilisation du vélo que par la performance sportive.

Sur ce type de composants, le système de changement de vitesses est intégré au moyeu arrière, ce qui offre un grand confort d'utilisation par rapport au système traditionnel (pignons/plateaux/dérailleur). En effet, les points mis en avant par la société Shimano pour son système Nexus sont :



Fig. 1 Photo du moyeu arrière Shimano Nexus Inter 7 avec frein.

- la suppression du saut de chaîne, celle-ci s'enroulant sur un seul couple de plateau et pignon ;
- la possibilité d'enfermer la chaîne dans un carter ;
- la possibilité de passer les vitesses à l'arrêt ;
- la réalisation d'une transmission robuste et de faible entretien.

L'entretien est fortement diminué puisque le graissage est assuré à vie et qu'aucun organe sensible n'est exposé aux corps étrangers (poussières, eau...) ou aux chocs. La robustesse des trains à planétaires réalisant la transmission du pignon à la roue arrière assure la longévité du mécanisme. La possibilité d'enfermer dans un carter l'ensemble plateau – chaîne – pignon d'entrée du système Nexus, permet de diminuer encore l'entretien et d'apporter une protection pour l'utilisateur.

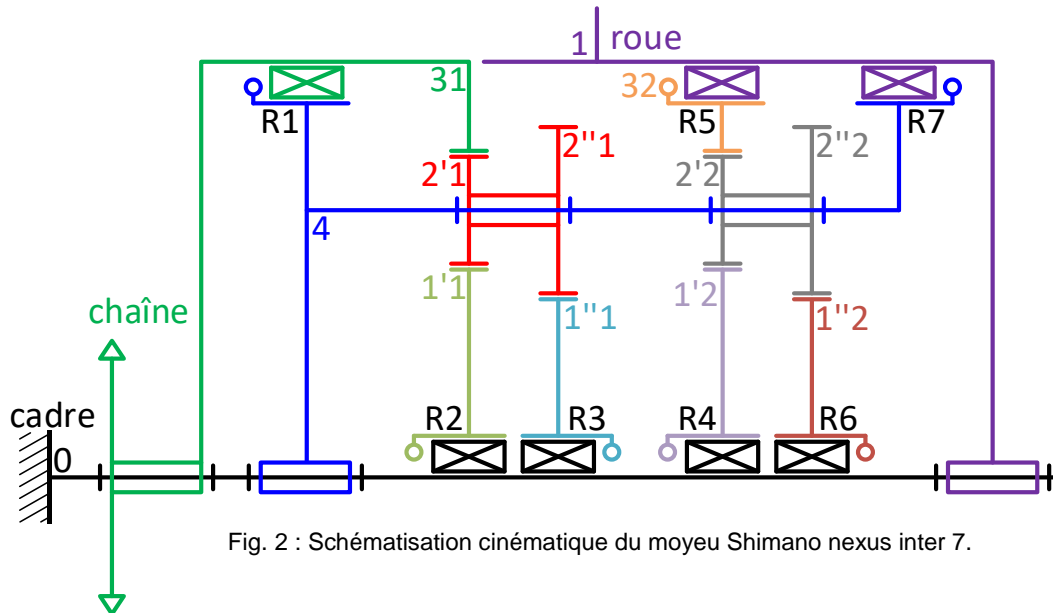


Fig. 2 : Schématisation cinématique du moyeu Shimano nexus inter 7.

Les trains sont plans : tous les taux de rotation sont portés par l'axe principal du système, noté  $\vec{x}$ . Ainsi, on introduit les vitesses  $\omega_{ij}$  telles que :  $\overrightarrow{\Omega}(ij/0) = \omega_{ij} \cdot \vec{x}$ , où :

- $i$  est le numéro de la pièce, planétaire ou porte-satellites d'un train (tous les planétaires sont en liaison pivot d'axe  $(0, \vec{x})$  avec le cadre 0).
- $j$  est le numéro du train : 1 ou 2
- 0 est le repère associé au cadre du vélo

Par exemple,  $\omega_{1'1}$  représente la vitesse du planétaire intérieur (1'1) situé dans le premier train.

**Q1** – Pour chacun des 7 embrayages du système, indiquez l'équation découlant de la situation d'embrayage fermé.

**Q2** – En considérant la première partie du train 1 volontairement isolé sur la Fig. 3, donner l'équation (1) découlant de la relation de Willis. On l'exprimera sous la forme ci-dessous en introduisant le paramètre  $\lambda_{1'}$  appelé raison de base du train 1' :  $\omega_{1'1} - \lambda_{1'} \omega_{31} + (\lambda_{1'} - 1)\omega_4 = 0$

(1)

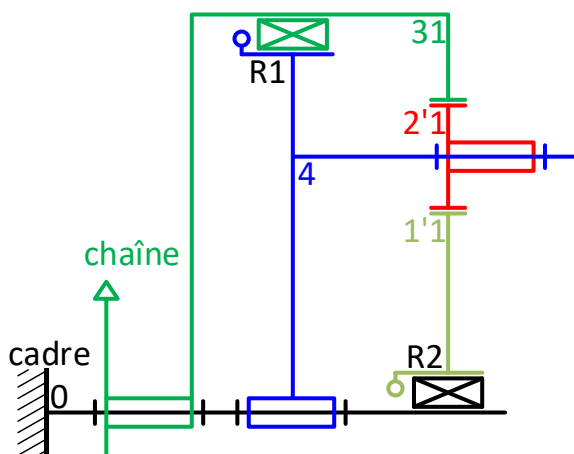


Fig. 3 : premier partie du train 1.

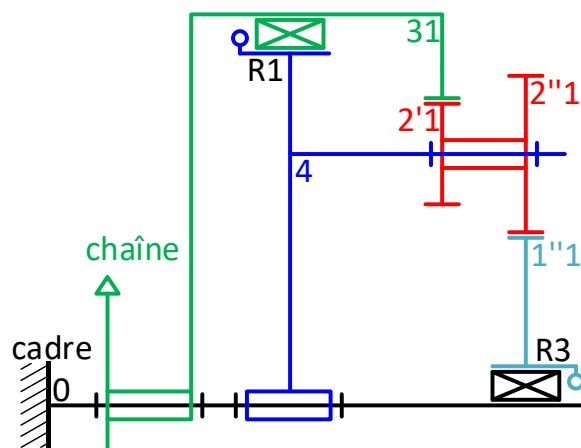


Fig. 4 : deuxième partie du train 1.

*Q3 - En considérant la deuxième partie du train 1 volontairement isolé en figure 4, donner l'équation (2) découlant de la relation de Willis. On l'exprimera sous la forme ci-dessous en introduisant le paramètre  $\lambda_1''$  appelé raison de base du train 1''.*

$$\omega_{1''1} - \lambda_1'' \omega_{31} + (\lambda_1'' - 1)\omega_4 = 0 \quad (2)$$

*Q4 - De la même manière, en considérant successivement les deux parties du train 2, donner les équations (3) et (4) découlant de la relation de Willis. On les exprimera sous la forme ci-dessous en introduisant les paramètres  $\lambda_2'$  et  $\lambda_2''$ .*

$$\omega_{1'2} - \lambda_2' \omega_{32} + (\lambda_2' - 1)\omega_4 = 0 \quad (3)$$

$$\omega_{1''2} - \lambda_2'' \omega_{32} + (\lambda_2'' - 1)\omega_4 = 0 \quad (4)$$



Nous cherchons à exprimer le rapport de réduction du moyeu :  $r = \omega_1/\omega_{31}$ . Pour le bon fonctionnement du moyeu, il est nécessaire de fixer 3 des 7 embrayages. Les 9 combinaisons possibles, de A à I, sont données dans le tableau ci-dessous.

*Q5 – Pour chaque combinaison, déterminer le rapport de réduction du moyeu r. Pour cela, on s’appuiera sur les équations (1) à (4) et les relations de la Q1. On fera les applications numériques avec les nombres de dents suivants :*

$$Z_{1'1} = 41 ; Z_{1''1} = 36 ; Z_{2'1} = 14 ; Z_{2''1} = 20 ; Z_{31} = 72$$

$$Z_{1'2} = 36 ; Z_{1''2} = 30 ; Z_{2'2} = 14 ; Z_{2''2} = 19 ; Z_{32} = 66$$

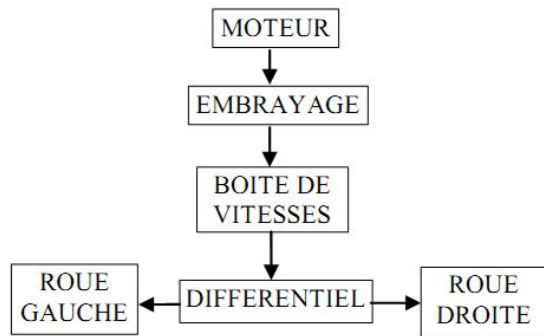
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Embrayage serré	2	3	2	2	3	1	3	1	1
	6	6	5	4	5	6	4	5	4
	7	7	6	5	6	7	5	6	5
Rapport									
A.N.									

Calculs :

*Q6 – A votre avis, quels sont les rapports de réduction ayant pu être retenus par le constructeur.*

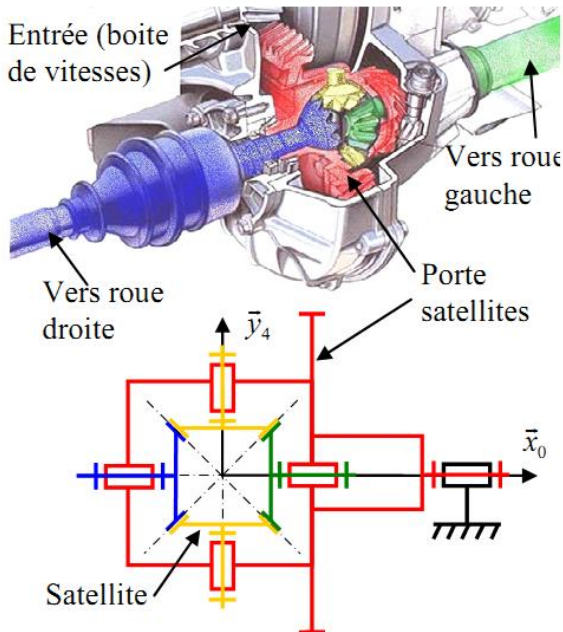
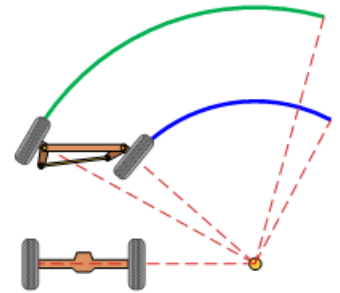
Bien que le train épicycloïdal soit souvent retenu pour jouer un rôle de réducteur, il existe aussi d’autres applications intéressantes.

### 3.4. Différentiel automobile (répartiteur de puissance)



Le différentiel automobile est un cas particulier de train épicycloïdal, il est qualifié de sphérique. Tous les engrenages sont alors coniques et les planétaires liés aux roues) ont le même nombre de dents. Le mouvement d'entrée est sur le porte satellite.

Ce dispositif permet aux deux roues d'avoir une vitesse de rotation lors des virages.



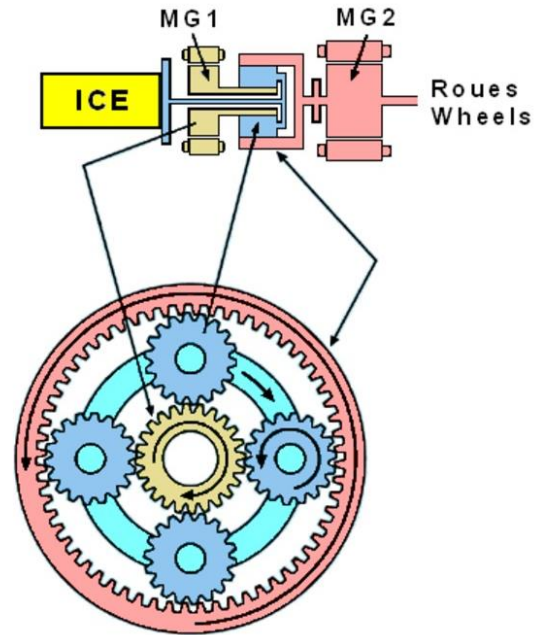
Relations :

### 3.5. Sommateur/répartiteur de puissance (Véhicule hybride)

Sur le système hybride schématisé sur la figure ci-contre, le moteur thermique (ICE) est lié au porte-satellites et les moteurs-générateurs électriques (MG1 et MG2) respectivement liés au planétaire et à la couronne. Les roues du véhicule sont également liées à la couronne (voir page 1/8).

L'ensemble forme une transmission capable :

- d'un apport important de puissance aux roues par combinaison de ICE et déstockage de l'énergie électrique des accumulateurs vers M1 et M2 (sommation) ;
- de stocker de l'énergie électrique dans les accumulateurs (par exemple en freinage ou lorsque le moteur thermique délivre trop de puissance) par combinaison de ICE, G1 et G2 (répartiteur).



**Etape 1** : Relation de Willis de type I 
$$\lambda_I = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$

#### Etape 2 : Utilisations

Utilisation en sommateur de puissance vers les roues :

Utilisation en répartiteur de puissance vers les accumulateurs :

